

□ 부정 적 분

1. 부정적분의 정의

- (1) 함수 $F(x)$ 의 도함수가 $f(x)$ 일 때, 즉

$$F'(x) = f(x)$$

일 때 $F(x)$ 를 $f(x)$ 의 부정적분 또는 원시함수라 한다.

- (2) $f(x)$ 의 부정적분을 $\int f(x)dx$ 로 나타낸다.

- (3) 함수 $f(x)$ 의 부정적분 중 하나를 $F(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 임의의 부정적분은

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{는 상수})$$

와 같이 나타낸다.

여기에서 C 를 적분상수, 함수 $f(x)$ 를 피적분함수, x 를 적분변수라 한다.

- (4) 함수 $f(x)$ 의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$ 를 적분한다고 하며, 그 계산 방법을 적분법이라고 한다.

2. 부정적분과 도함수

$$(1) \int \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) dx = f(x) + C$$

$$(2) \frac{d}{dx} \left(\int f(x) dx \right) = f(x)$$

□ 부정적분의 계산

1. x^n 의 부정적분

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots; C \text{는 적분상수})$$

2. 부정적분의 성질

$$(1) \int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx \quad (k \text{는 상수})$$

$$(2) \int \{f(x) + g(x)\} dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$(3) \int \{f(x) - g(x)\} dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

[보충학습]
$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + C$$

□ 구 분 구 적 법

1. 구분구적법

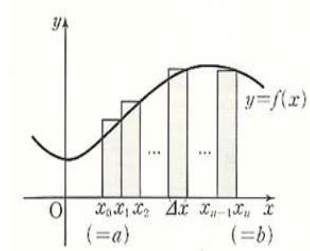
어떤 도형의 넓이나 부피를 구할 때, 넓이 또는 부피를 알고 있는 기본 도형으로 주어진 도형을 세분하여 근사값을 구하고, 이 근사값의 극한값으로 그 도형의 넓이와 부피를 구하는 방법을 구분구적법이라 한다.

2. 구분구적법의 계산

- (1) 주어진 도형을 n 등분하여 기본 도형으로 만든다.
- (2) 기본 도형들의 넓이(부피)의 합을 구한다.
- (3) 위에서 구한 합의 극한값을 구한다.

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \text{ 라 하면}$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} f(x_k) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$



□ 정 적 분

1. 정적분의 정의

함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x \quad (\text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_k = a + k\Delta x)$$

- (1) $\int_a^b f(x) dx$ 를 함수 $f(x)$ 의 a 에서 b 까지의 정적분이라 한다.
- (2) $\int_a^b f(x) dx$ 의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$ 를 a 에서 b 까지 적분한다고 하고, a 를 이 정적분의 아래끝, b 를 위끝이라 한다.

[보충학습] (1) 부정적분 $\int f(x) dx$ 는 함수이지만 정적분 $\int_a^b f(x) dx$ 는 실수이다.

(2) 정적분 $\int_a^b f(x) dx$ 의 값은 함수 $f(x)$ 와 아래끝 a , 위끝 b 만으로 결정되므로 적분변수와는

$$\text{관계가 없다. 즉, } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(y) dy = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \dots$$

2. 적분과 미분의 관계

함수 $y = f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$(1) \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단}, a \leq x \leq b)$$

$$(2) \frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t)dt = f(x+a) - f(x) \quad (\text{단}, a \leq x \leq b)$$

[증명] $\int f(t)dt = F(t) + C$ 라 하면

$$\begin{aligned} (1) \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt &= \frac{d}{dx} \left[F(x) \right]_a^x = \frac{d}{dx} \left\{ F(x) - F(a) \right\} \\ &= \frac{d}{dx} F(x) - \frac{d}{dx} F(a) = F'(x) - 0 = f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t)dt &= \frac{d}{dx} \left[F(t) \right]_x^{x+a} = \frac{d}{dx} F(x+a) - \frac{d}{dx} F(x) \\ &= F'(x+a) - F'(x) = f(x+a) - f(x) \end{aligned}$$

[보충학습] (1) $\frac{d}{dx} \int_a^x xf(t)dt = \int_a^x f(t)dt + xf(x)$

$$(2) \frac{d}{dx} \int_a^x (x-t)f(t)dt = \int_a^x f(t)dt$$

$$(3) \frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt = f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x)$$

[증명] (1) $\frac{d}{dx} \int_a^x xf(t)dt = \frac{d}{dx} \left(x \cdot \int_a^x f(t)dt \right)$
 $= 1 \cdot \int_a^x f(t)dt + x \cdot \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + xf(x)$

$$\begin{aligned} (2) \frac{d}{dx} \int_a^x (x-t)f(t)dt &= \frac{d}{dx} \int_a^x \left\{ xf(t) - tf(t) \right\} dt \\ &= \frac{d}{dx} \left(x \cdot \int_a^x f(t)dt \right) - \frac{d}{dx} \int_a^x tf(t)dt \\ &= 1 \cdot \int_a^x f(t)dt + x \cdot \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt - xf(x) \\ &= \int_a^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = \int_a^x f(t)dt \end{aligned}$$

(3) $\int f(t)dt = F(t) + C$ 에서 $f(t) = F'(t)$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt &= \frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} F'(t)dt = \frac{d}{dx} \left[F(t) \right]_{h(x)}^{g(x)} \\ &= \frac{d}{dx} F(g(x)) - \frac{d}{dx} F(h(x)) = F'(g(x))g'(x) - F'(h(x))h'(x) \\ &= f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x) \end{aligned}$$

3. 정적분의 기본 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때

$$\int_a^b f(x)dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

[증명] 함수 $f(t)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고

$$S(x) = \int_a^x f(t)dt \quad (a \leq x \leq b)$$

이라 하면, $S'(x) = f(x)$ 이므로 $S(x)$ 는 $f(x)$ 의 부정적분이다.

여기서 $f(x)$ 의 부정적분 중의 하나를 $F(x)$ 라 하면

$$S(x) = \int_a^x f(t)dt = F(x) + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수}) \quad \text{..... ㉠}$$

한편, $S(x)$ 의 정의에서 $x = a$ 이면 $S(a) = 0$ 이므로 ㉠에 $x = a$ 를 대입하면

$$S(a) = F(a) + C = 0 \quad \therefore C = -F(a) \quad \text{..... ㉡}$$

㉠, ㉡에서 $S(x) = F(x) - F(a)$

$$\text{따라서, } \int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a) \quad \text{..... ㉢}$$

$$\text{㉢의 위 끝에 } x = b \text{를 대입하면 } \int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$$

$$\text{여기서 적분변수 } t \text{를 } x \text{로 바꾸면 } \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

위의 식의 우변에서 $F(b) - F(a)$ 를 $\left[F(x) \right]_a^b$ 로 나타낸다.

4. 정적분의 성질(1)

$$(1) \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$(2) a > b \text{ 일 때, } \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

[해설] $\int f(x)dx = F(x) + C$ 라 할 때

$$(1) \int_a^a f(x)dx = \left[F(x) \right]_a^a = F(a) - F(a) = 0$$

$$\begin{aligned} (2) \int_a^b f(x)dx &= \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a) = -\{F(a) - F(b)\} = -[F(x)]_b^a \\ &= - \int_b^a f(x)dx \end{aligned}$$

□ 정적분의 계산

1. 정적분의 기본공식

함수 $f(x), g(x)$ 가 임의의 실수 a, b, c 를 포함하는 구간에서 연속일 때,

$$(1) \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

$$(2) \int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx \quad (\text{복부호동순})$$

$$(3) \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \quad (\text{단, } c \text{는 임의의 실수})$$

$$(4) \int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$$

2. 정적분의 성질(2)

함수 $y=f(x)$ 가 구간 $[-a, a]$ 에서 연속이고

$$(1) f(x) \text{가 기함수 } (f(-x)=-f(x)) \text{이면 } \int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

$$(2) f(x) \text{가 우함수 } (f(-x)=f(x)) \text{이면 } \int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$$

□ 여러 가지 정적분

1. 정적분으로 정의된 함수

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_a^{x+a} f(t)dt = f(a) \qquad (2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t)dt = f(a)$$

2. 정적분과 무한급수

연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \cdot \frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x)dx = \int_0^{b-a} f(a+x)dx$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{c}{n}k\right) \cdot \frac{c}{n} = \int_a^{a+c} f(x)dx = \int_0^c f(a+x)dx$$

기출연습문제

1. 정적분 $\int_0^9 \frac{x^3}{x+2} dx + \int_0^9 \frac{8}{x+2} dx$ 의 값을 구하시오. [3점] (06. 10. 교육청)

2. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점] (06. 11. 수능)

3. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t) dt$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

4. $\int_0^6 |2x-4| dx$ 의 값을 구하시오. [3점] (07. 10. 교육청)

www.helpstudy.co.kr

5. $\int_0^2 |x^2(x-1)| dx$ 의 값은? [3점] (07. 9. 평가원)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(0)$ 의 값은? [3점] (08. 7. 교육청)

$$(가) \int f(x) dx = \{f(x)\}^2$$

$$(나) \int_{-1}^1 f(x) dx = 50$$

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

기 출 연 습 문 제

7. 이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) = -1$ 이고,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점] (11. 11. 수능)

- ① 11 ② 10 ③ 9 ④ 8 ⑤ 7

8. 함수 $F(x) = \int_0^x (x^3 - 1) dt$ 에 대하여 $F'(2)$ 의 값은? [3점] (11. 11. 수능)

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

9. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = \{f(x)\}^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점] (11. 10. 교육청)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 이차함수 $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$ 에서 두 상수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \alpha < 0 < \beta$$

$$(나) \alpha + \beta > 0$$

이때, 세 정적분

$$A = \int_{\alpha}^0 f(x) dx, B = \int_0^{\beta} f(x) dx, C = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

의 값의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점] (11. 10. 교육청)

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$ ④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

정 답

① ③ ① ⑤

11. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다. $g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x)dx - \int_0^{2a} f(x)dx = 32$ 일 때, a^4 의 값을 구하시오. [3점] (05. 11. 수능)

12. 양수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x) = -x(x+a)(x-a)$ 의 극대점의 x 좌표를 b 라 하자.

$$\int_{-b}^a f(x)dx = A, \quad \int_b^{a+b} f(x-b)dx = B$$

일 때, $\int_{-b}^a |f(x)|dx$ 의 값은? [3점] (06. 9. 평가원)

- ① $-A+2B$ ② $-2A+B$ ③ $-A+B$ ④ $A+B$ ⑤ $A+2B$

www.helpstudy.co.kr

13. 두 함수 $f(x) = x^2 - 4x$ 와 $y = g(x)$ 가 임의의 실수 h 에 대하여

$$g(x+h) - g(x) = \int_x^{x+h} f(t)dt$$

때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 모든 근의 합은? [3점] (10. 7. 교육청)

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

14. 함수 $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$ 에 대하여 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(g(x)) = \frac{1}{2}F(x)$$

를 만족시킨다. $g'(2) = p$ 일 때, $30p$ 의 값을 구하시오. [4점] (11. 11. 수능)

15. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] (11. 9. 평가원)

<보 기>

$$\neg. \int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(x) dx$$

$$\neg. \int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$$

$$\neg. \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = \left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^2$$

① $\neg$

② $\neg$

③ $\neg, \neg$

④ $\neg, \neg$

⑤ $\neg, \neg$

16. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여

$$(가) f(x)g(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

$$(나) f'(x) = 1$$

$$(다) g(x) = 2 \int_1^x f(t) dt$$

$\int_0^3 3g(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점] (08. 10. 교육청)

17. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \frac{12}{7}x^2 - 2x \int_1^2 f(t) dt + \left\{ \int_1^2 f(t) dt \right\}^2$

일 때, $10 \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점] (05. 9. 평가원)

18. 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = x^3 - 4x$

(나) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$

정적분 $\int_1^2 f(x) dx$ 와 같은 것은? [4점] (04. 9. 평가원)

① $\int_{2004}^{2005} f(x) dx$

② $-\int_{2004}^{2005} f(x) dx$

③ $\int_{2005}^{2006} f(x) dx$

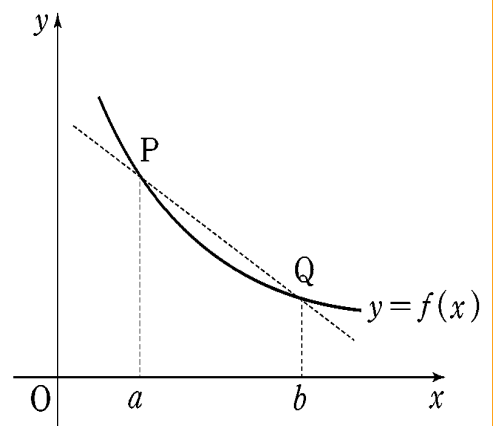
④ $-\int_{2005}^{2006} f(x) dx$

⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x) dx$

www.helpstudy.co.kr

19. 다음은 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $P(a, f(a))$, $Q(b, f(b))$ 를 나타낸 것이다.

함수 $F(x)$ 가 $F'(x) = f(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점] (04. 11. 수능)



ㄱ. 함수 $F(x)$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 증가한다.

ㄴ. $\frac{F(b) - F(a)}{b - a}$ 는 직선 PQ 의 기울기와 같다.

ㄷ. $\int_a^b (f(x) - f(b)) dx \leq \frac{(b-a)}{2} \{f(a) - f(b)\}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기출연습문제

20. 함수 $f(x) = \begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] (08. 6. 평가원)

_____ <보 기> _____

ㄱ. $g(x)$ 는 구간 $(1, 2)$ 에서 증가한다.

ㄴ. $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

ㄷ. 방정식 $g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 가 존재한다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $1 < f(x) < 2$

(나) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$

이 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점] (08. 7. 교육청)

_____ <보 기> _____

ㄱ. $0 < x < 1$ 인 임의의 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이다.

ㄴ. 방정식 $f(x)-2x=0$ 의 해가 개구간 $(0, 1)$ 에 적어도 한 개 존재한다.

ㄷ. $\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n} < \int_0^1 f(x) dx < \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답

③ ⑤

기출연습문제

22. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(가) f(0) = 0$$

$$(나) 0 < x < y < 1 \text{인 모든 } x, y \text{에 대하여 } 0 < xf(y) < yf(x)$$

세 수 $A = f'(0), \quad B = f(1), \quad C = 2 \int_0^1 f(x) dx$

의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [4점] (08. 9. 평가원)

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

23. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t(t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의

최댓값을 $g(t)$ 라고 하자. $\int_{-1}^1 g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] (09. 11. 수능)

www.helpstudy.co.kr

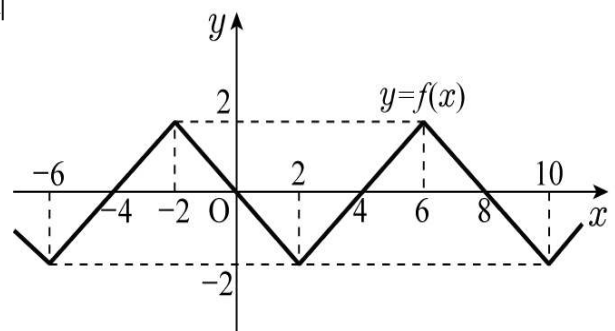
24. 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같다.

실수 전체의 집합에서 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt \text{라 할 때, 옳은 것만을}$$

<보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

(10. 10. 교육청)



$$\neg. g(-1) = 0$$

ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 개구간 $(-2, 2)$ 에서 감소한다.

ㄷ. $-4 \leq x \leq 6$ 에서 방정식 $g(x) = 2$ 의 모든 실근의 합은 4이다.

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$ ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{1}{n}$ 의 값을 구하시오. [3점] (11. 7. 교육청)

26. 삼차함수 $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(-1 + \frac{2k}{n}\right)$$

의 값은? [4점] (11. 10. 교육청)

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

27. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점] (07. 11. 수능)

www.helpstudy.co.kr

28. $F'(x) = f(x)$ 인 이차함수 $y = f(x)$ 와 임의의 두 실수 a, c 에 대하여 서로 다른 두 점 $A(a, F(a)), B(a+c, F(a+c))$ 를 지나는 직선의 기울기와 같은 값을 갖는 것은? [3점] (10. 7. 교육청)

- ① $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{2n}\right) \frac{c}{n}$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{ck}{n}\right) \frac{1}{n}$ ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + c + \frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$
 ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(c + \frac{ak}{n}\right) \frac{1}{2n}$ ⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{k}{n}\right) \frac{2}{n}$

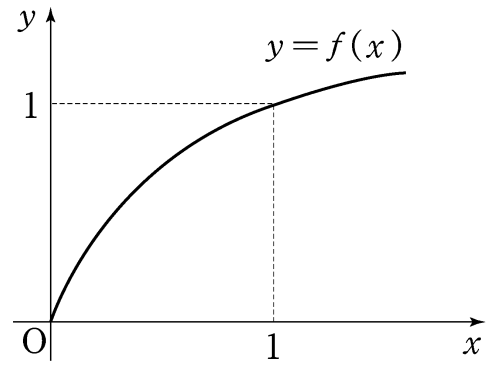
기출연습문제

29. 다음은 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다. 구간 $[0, 1]$ 에서
함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 연속일 때, 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ g\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$$

와 같은 값을 갖는 것은? [4점] (04. 11. 수능)

- ① $\int_0^1 g(x) dx$ ② $\int_0^1 x g(x) dx$
③ $\int_0^1 f(x) dx$ ④ $\int_0^1 x f(x) dx$
⑤ $\int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx$



30. 함수 $f(x) = x^2$ 에 대하여 그림과 같이 구간 $[0, 1]$ 을

$2n$ 등분한 후, 구간 $\left[\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n} \right]$ 을 밑변으로 하고

높이가 $f\left(\frac{k}{2n}\right)$ 인 직사각형의 넓이를 S_k 라 하자.

(단, n 은 자연수이고 $k = 1, 2, 3, \dots, 2n$ 이다.)

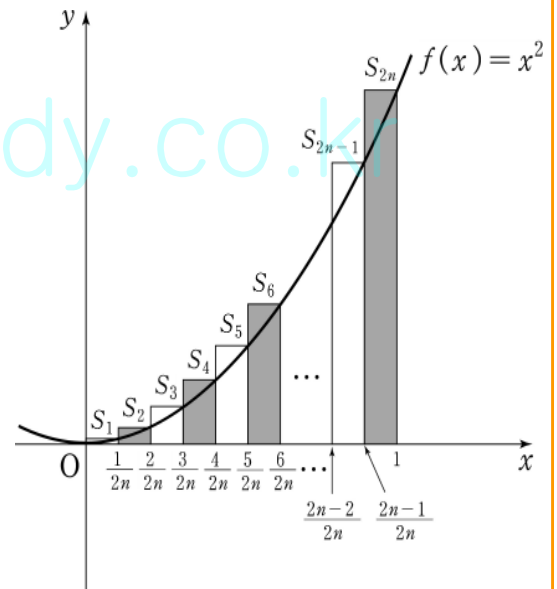
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

(06. 9. 평가원)

㉠. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx$

㉡. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (S_{2k} - S_{2k-1}) = 0$

㉢. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 dx$



- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

정답

③ ⑤

기출연습문제

31. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a \geq 0, b > 0$)가 있다.

그림과 같이 2 이상인 자연수 n 에 대하여 폐구간 $[0, 1]$ 을 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$$

이라 하자. 폐구간 $[x_{k-1}, x_k]$ 를 밑변으로 하고

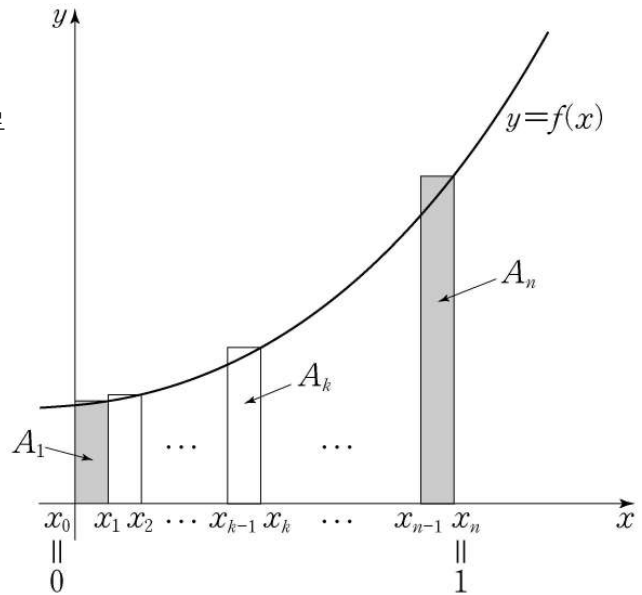
높이가 $f(x_k)$ 인 직사각형의 넓이를 A_k 라 하자.

($k = 1, 2, \dots, n$) 양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이

$$A_1 + A_n = \frac{7n^2 + 1}{n^3}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k}{n} A_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(09. 11. 수능)



www.helpstudy.co.kr

32. $\overline{AD} = 1$, $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{BC} = 3$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 변 AB를 n 등분한 점을 각각

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하고 각 점에서 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 CD와 만나는 점을

각각 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\overline{P_1 Q_1}^3 + \overline{P_2 Q_2}^3 + \dots + \overline{P_n Q_n}^3)$ 의 값을 구하시오.

[4점] (07. 7. 교육청)

